

# سوالات و پاسخ مرحله دوم نخستین المپیاد نجوم و اخترفیزیک

$\vec{E} = -\nabla\phi - \dot{\vec{A}}$

$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$

در این مسئله فرض می‌کنیم که پتانسیل اسکالر  $\phi$  و پتانسیل برداری  $\vec{A}$  به صورت زیر تعریف شده است:

$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}', t')}{r} d^3r'$

$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}', t')}{r} d^3r'$

که در آن  $\rho$  و  $\vec{j}$  به ترتیب چگالی بار و چگالی جریان هستند.

فرض کنید یک سیم بی‌نهایت بلند در امتداد محور  $z$  قرار دارد که دارای چگالی بار خطی  $\lambda$  و چگالی جریان خطی  $I$  در جهت  $\hat{z}$  است.

با استفاده از فرمول‌های فوق، پتانسیل اسکالر  $\phi$  و پتانسیل برداری  $\vec{A}$  را در یک نقطه  $(x, y, z)$  محاسبه کنید.

پس از آن، میدان‌های الکتریکی  $\vec{E}$  و مغناطیسی  $\vec{B}$  را در آن نقطه محاسبه کنید.

پاسخ: پتانسیل اسکالر  $\phi = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r}{r_0}\right)$  و پتانسیل برداری  $\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{r}{r_0}\right) \hat{z}$  است. در اینجا  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  و  $r_0$  یک ثابت است.

میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در این نقطه به صورت زیر هستند:

$\vec{E} = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \hat{r}$  و  $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\phi}$

$\vec{E} = -\nabla\phi - \dot{\vec{A}}$













∴  $\frac{\sin \delta_{\odot}}{\sin \varepsilon} = \frac{\sin \lambda_{\odot}}{\sin \frac{\pi}{2}}$

$$\frac{\sin \delta_{\odot}}{\sin \varepsilon} = \frac{\sin \lambda_{\odot}}{\sin \frac{\pi}{2}}$$

$$\Rightarrow \sin \delta_{\odot} = \sin \lambda_{\odot} \sin \varepsilon$$

$$\Rightarrow \lambda_{\odot} = 31/4$$

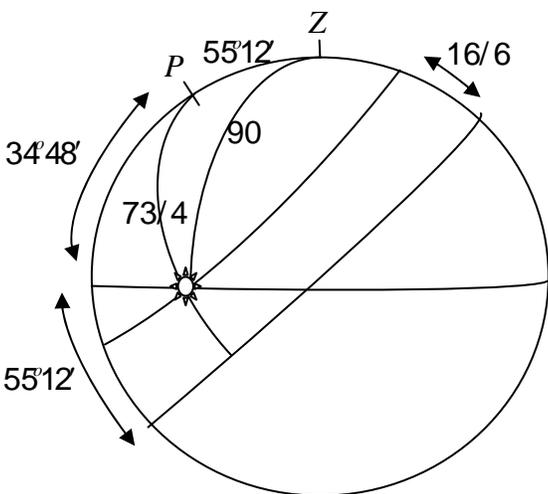
∴  $\frac{\sin \delta_{\odot}}{\sin \varepsilon} = \frac{\sin \lambda_{\odot}}{\sin \frac{\pi}{2}} \Rightarrow \sin \delta_{\odot} = \sin \lambda_{\odot} \sin \varepsilon \Rightarrow \lambda_{\odot} = 31/4$

∴  $\frac{\sin \delta_{\odot}}{\sin \varepsilon} = \frac{\sin \lambda_{\odot}}{\sin \frac{\pi}{2}} \Rightarrow \sin \delta_{\odot} = \sin \lambda_{\odot} \sin \varepsilon \Rightarrow \lambda_{\odot} = 31/4$

∴  $\frac{\sin \delta_{\odot}}{\sin \varepsilon} = \frac{\sin \lambda_{\odot}}{\sin \frac{\pi}{2}} \Rightarrow \sin \delta_{\odot} = \sin \lambda_{\odot} \sin \varepsilon \Rightarrow \lambda_{\odot} = 31/4$

∴  $\frac{\sin \delta_{\odot}}{\sin \varepsilon} = \frac{\sin \lambda_{\odot}}{\sin \frac{\pi}{2}} \Rightarrow \sin \delta_{\odot} = \sin \lambda_{\odot} \sin \varepsilon \Rightarrow \lambda_{\odot} = 31/4$

$$\frac{\sin \delta_{\odot}}{\sin \varepsilon} = \frac{\sin \lambda_{\odot}}{\sin \frac{\pi}{2}} \Rightarrow \sin \delta_{\odot} = \sin \lambda_{\odot} \sin \varepsilon \Rightarrow \delta_{\odot} = 16/6$$



∴  $\frac{\sin \delta_{\odot}}{\sin \varepsilon} = \frac{\sin \lambda_{\odot}}{\sin \frac{\pi}{2}} \Rightarrow \sin \delta_{\odot} = \sin \lambda_{\odot} \sin \varepsilon \Rightarrow \lambda_{\odot} = 31/4$

∴  $\frac{\sin \delta_{\odot}}{\sin \varepsilon} = \frac{\sin \lambda_{\odot}}{\sin \frac{\pi}{2}} \Rightarrow \sin \delta_{\odot} = \sin \lambda_{\odot} \sin \varepsilon \Rightarrow \lambda_{\odot} = 31/4$

∴  $\frac{\sin \delta_{\odot}}{\sin \varepsilon} = \frac{\sin \lambda_{\odot}}{\sin \frac{\pi}{2}} \Rightarrow \sin \delta_{\odot} = \sin \lambda_{\odot} \sin \varepsilon \Rightarrow \lambda_{\odot} = 31/4$









: { • Z Èÿ “ Åz Y d Åÿ € ‡ (8

$$v = R_{Mercury} \frac{2\pi}{T} = \frac{5}{2} \times 10^6 m \frac{2\pi}{59 \times 24 \times 3600} = 3 / 08 m/s$$

: ° È • † Ya { d ‡ € , a Åÿ Z † Èÿ Èÿ Z d ÿ € , † • Y Å Å Z † Èÿ € ]

$$\left. \begin{aligned} \frac{v}{c} &= \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} \\ \lambda &= \frac{c}{\nu} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{v}{c} = \frac{\frac{c}{\nu} - \frac{c}{\nu_0}}{\frac{c}{\nu_0}} = \frac{\nu_0}{\nu} - 1$$

$$\Rightarrow \frac{\nu_0}{\nu} = \frac{v}{c} + 1$$

: d ‡ ¼ ì Å d Èÿ Z : Z € Z , a Åÿ † Y •

: | ÈÈ M d ‡ | ¼ ì Å d Èÿ Z Èÿ Å Z ] n È m Y | u

$$\frac{v}{c} = \frac{3 / 08 m/s}{3 \times 10^8 m/s} = 1 / 027 \times 10^8$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\nu_0}{\nu} - 1 &= 1 / 027 \times 10^8 \\ \nu_0 &= 30 GHz = 3 \times 10^{10} Hz \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta\nu = \nu - \nu_0 = \pm 308 / Hz \approx \pm 31 Hz$$

c Á Z ; f , † z È Å | Å ] z Å • Z È È Å ] z m Y Å ì € d ì È ~ y Å | μ Z † ì Y | Å ; Å • Z ì # • Y | Å | È ] Z ] — . d ‡ Y

