



به نام خالق یکتا



یازدهمین دوره تابستانه المپیاد نجوم و اختر فیزیک

آزمون آزمایشی تحلیل داده ها

زمان آزمون : 4 ساعت

### توضیحات :

- این آزمون یک سوال دارد که شامل دو قسمت است.
- نمره سوال از 100 محاسبه میشود.
- توضیحات لازم و کافی را در هر قسمت ذکر کنید.
- استفاده از ماشین حساب غیر قابل برنامه ریزی مجاز است.
- جواب هر سوال را در یک صفحه جدا گانه بنویسید.
- کلیه پارامترهای محاسبه شده را در قسمت مورد نظر در یک جدول یادداشت کنید.
- محاسبه خطا در تمامی بخش ها الزامی است.

## بررسی کهکشان $M 101$ : بررسی های دینامیکی و فوتومتری

داده های زیر حاصل از طیف سنجی ستاره های کهکشان  $M 101$  است که توسط تلسکوپ کک تهیه شده است. در همه قسمت ها، تمامی فرض های در نظر گرفته شده را به طور کامل یادداشت کنید.

فاصله از مرکز $r$ بر حسب $kpc$	سرعت $v$ بر حسب $km/s$
0.288183	74.03
0.845265	152.86
1.004975	169.55
1.072878	177.62
1.334443	196.27
1.393112	200.19
1.671789	215.99
2.198721	230.64
2.20361	233.57
2.981515	245.3
3.366121	249.54
3.727097	254.65
4.02859	256.51
4.276574	257.85
4.936869	261.77
5.141395	263.75
5.303821	267.6
5.940214	270.85
6.341661	272.79
6.647499	277.66
6.822691	282.45
7.308066	285.53
7.805393	288.55
8.413266	289.42
8.611274	290.91

الف : نمودار سرعت بر حسب فاصله از مرکز ( $v$  بر حسب  $r$ ) را رسم کنید .

ب : بررسی های تئوری نشان میدهد سرعت ستاره های این کهکشان از معادله زیر پیروی میکند :

$$v = \sqrt{4\pi G \rho_0 a^2 \frac{r^2}{r^2 + a^2}}$$

با برازش منحنی مناسب بر داده ها ،  $\rho_0$  و  $a$  را بدست آورید. خطای  $\rho_0$  و  $a$  را نیز ذکر کنید.

پ : برای این کهکشان، ثوابت اورت را به همراه خطا گزارش کنید. (فرض کنید که نقطه تعریف ثابت اورت در فاصله  $5 \text{ kpc}$  قرار دارد).

در جدول زیر، قدر سطحی مشاهده شده این کهکشان در باند آبی بر حسب قدر بر ثانیه قوسی مربع، داده شده است. اما بدلیل خراب شدن  $ccd$  در حین داده برداری، مقداری از داده ها دچار مشکل شده اند.

قدر سطحی	$r(\text{kpc})$
18.01	0.02
18.85	0.79
19.06	0.98
19.14	1.06
19.49	1.38
19.5	1.4
19.61	1.5
22.55	5.18
22.72	5.74
22.79	6.05
25	6.99
25	7.34
25	7.8
25	7.81
22.89	8.82
22.99	9.00
22.99	9.10
23	9.56
23.01	9.86

ث : نمودار درخشندگی سطحی کهکشان بر حسب فاصله از مرکز را رسم کنید .

ج : قدر مطلق کهکشان را تخمین بزنید.

چ : شعاع کهکشان را تخمین بزنید.

ه : نسبت جرم ماده تاریک به درخشندگی برای این کهکشان چقدر است ؟

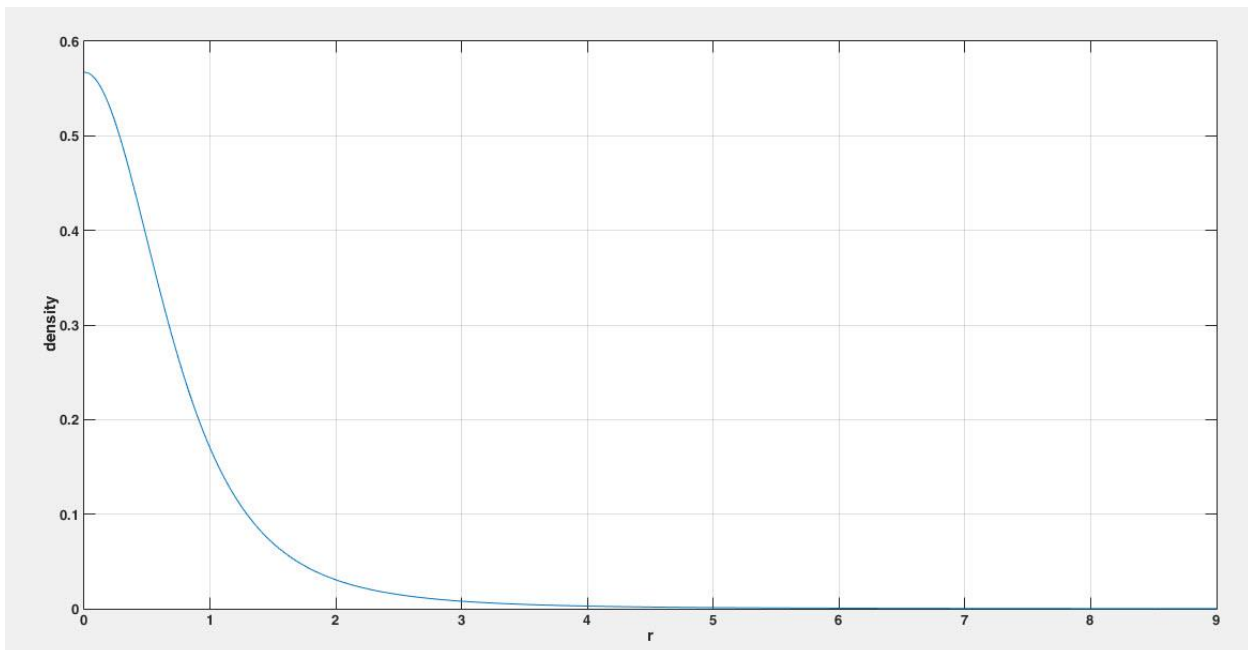
با بررسی مدل های کامپیوتری، دو مدل زیر برای تابعیت چگالی در این کهکشان محاسبه شده است. در شکل های زیر، نمودار چگالی بر حسب فاصله از مرکز را مشاهده میکنید که توسط کامپیوتر محاسبه شده اند.

خ : در بررسی های آماری، برای برازش نمودار از کمیت  $\chi^2$  استفاده میکنم. این کمیت به صورت زیر تعریف میشود :

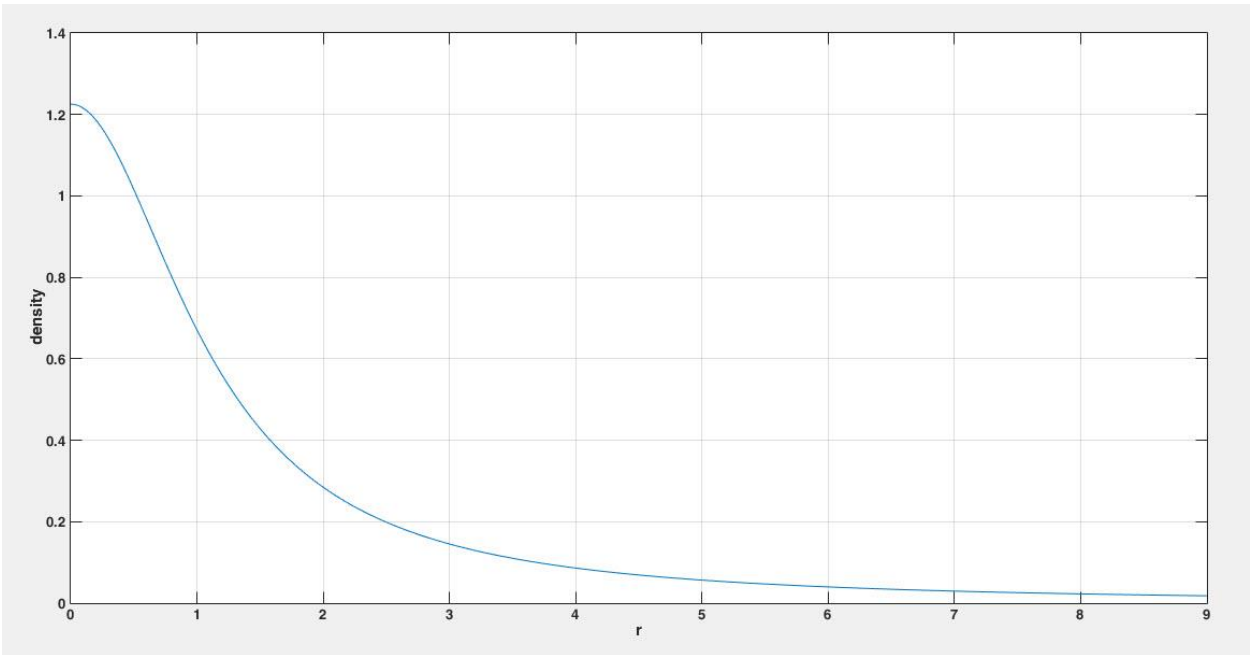
$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left( \frac{y_i - f(x_i)}{\sigma_i} \right)^2$$

برای هر مدل که مقدار  $\chi^2$  کوچک تر باشد، آن مدل مناسب تر است. در رابطه بالا،  $N$  تعداد داده های رصدی،  $y_i$  مقدار رصد شده،  $f(x_i)$  مقدار پیش بینی شده توسط مدل و  $\sigma_i$  خطای  $y_i$  است. حال با توجه به نمودار و داده های بخش اول، مدل مناسب تر را پیدا کنید.

مدل A :



مدل  $B$  :



در نمودار بالا، واحد چگالی، جرم خورشید بر پارسک مکعب است.